XIV МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА имени ЛЕОНАРДА ЭЙЛЕРА

Региональный этап

**5 февраля 2022 г.**

**\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_**

***8 класс.***

***Второй день.***

**6.** Сумма остатков от деления трёх последовательных натуральных чисел на 2022 ⎯ простое число. Докажите, что одно из чисел делится на 2022.

**7.** Существует ли треугольник, у которого длины не совпадающих между собой медианы и высоты, проведенных из одной его вершины, соответственно равны длинам двух сторон этого треугольника?

**8.** Будем называть натуральное число *красивым*, если в его десятичной записи поровну цифр 0, 1, 2, а других цифр нет (во избежание недоразумений напомним, что десятичная запись числа не может начинаться с нуля). Может ли произведение двух красивых чисел быть красивым?

**9.** Петя и Вася написали на доске по 100 различных натуральных чисел. Петя поделил все свои числа на Васины с остатком и выписал все 10000 получившихся остатков себе в тетрадь. Вася поделил все свои числа на Петины с остатком и выписал все 10000 получившихся остатков себе в тетрадь. Оказалось, что наборы выписанных Васей и Петей остатков совпадают. Докажите, что тогда и наборы их исходных чисел совпадают.

**10.** В вершины правильного 100-угольника поставили 100 фишек, на которых написаны номера 1, 2, …, 100, именно в таком порядке по часовой стрелке. За ход разрешается обменять местами некоторые две фишки, стоящие в соседних вершинах, если номера этих фишек отличаются не более чем на *k*. При каком наименьшем *k* серией таких ходов можно добиться расположения, в котором каждая фишка сдвинута на одну позицию по часовой стрелке по отношению к своему начальному положению?